

## Übungen zur Vorlesung Logik

**29. Aufgabe:** [Interpretationen, 6P]

1. Definieren Sie eine Interpretation  $I = (\mathbb{Q}, I_c, I_v)$ , so dass man mit den prädikatenlogischen Formeln über rationale Zahlen reden kann. Welche Schwierigkeiten treten auf? Achten Sie darauf, dass Aufgabe 30 zu Ihrer Definition passt.
2. Definieren Sie eine Interpretation  $I = (\mathbb{R}, I_c, I_v)$ , so dass man mit den prädikatenlogischen Formeln über reelle Zahlen reden kann. Welche Schwierigkeiten treten auf?

**30. Aufgabe:** [Auswertung, 1, 5 + 5P]

1. Werten Sie mit der Interpretation aus Aufgabe 29.1 folgende Terme aus:

- a) 67,
- b)  $((5 + 3)/(7 - 4))$  und
- c)  $f(\frac{4}{3} * \frac{3}{4}, \frac{5}{3} + \frac{5}{3})$ .

Dabei sind 3,4,5,7,67 Individuenkonstanten und  $-$ ,  $+$ ,  $*$ ,  $/$ ,  $\div$  und  $f$  Funktionskonstanten.

2. Gelten folgende Formeln in der Interpretation aus Aufgabe 29.1?

- a)  $2 * 2 = 2^{\frac{2}{3}} + 1^{\frac{1}{3}}$
- b)  $\forall x \exists y x > y$
- c)  $\exists x \exists y \exists z x * x * x + y * y * y = z * z * z$
- d)  $\forall x \exists y x + y = 0$
- e)  $\forall x \forall y \exists z (x < z \wedge z < y) \vee (y < z \wedge z < x)$
- f)  $\forall x \exists y \exists w \exists z x = w + (y/z) \wedge y < z$

Weitere Individuenkonstanten sind 0,1 und  $<$  ist eine zweistellige Prädikatskonstante.

b.w.

**31. Aufgabe:** [Interpretationen, 3P]

Definieren Sie eine Interpretation  $I$ , in der folgende Formeln gelten:

1.  $\exists x \forall y p(x, y)$
2.  $\forall x \forall y \forall z p(x, y) \wedge p(y, z) \rightarrow p(x, z)$
3.  $\forall x \forall y p(x, y) \wedge p(y, x) \rightarrow x = y$
4.  $\forall x \exists y p(f(x, y), x)$

Hier sind  $f$  eine zweistellige Funktionskonstante und  $p$  ist eine zweistellige Prädikatskonstante.

**32. Aufgabe:** [Allgemeingültigkeit, 4P]

Welche der folgenden prädikatenlogischen Formeln sind allgemeingültig?

1.  $(x = y \wedge y = z) \rightarrow x = z$
2.  $(x < y \wedge y < x) \rightarrow x = y$
3.  $\exists Q Q(x) \rightarrow \neg x = x$
4.  $(p(x) \rightarrow q(x)) \rightarrow \forall x (p(x) \rightarrow q(x))$
5.  $\exists x (p(x) \rightarrow \forall y p(y))$

**Abgabe: bis Dienstag, 2008-06-10 10:00 Uhr, im Kasten neben Raum 34/401.4**