

Übungen zur Vorlesung Logik

Prof. Dr. Klaus Madlener

Blatt 8

28. Aufgabe: [Resolution, $4 + 4 + 2 + 12 = 20$ P]

1. Seien A, B Klauseln wie in Def. 2.25. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:
 1. $A \wedge B$ erfüllbar, 2. $\text{Res}_l(A, B)$ erfüllbar, 3. $A \wedge B \wedge \text{Res}_l(A, B)$ erfüllbar.
2. Seien wieder A, B Klauseln. Zeigen Sie $A, A \rightarrow B \vdash_{\text{Res}}^+ B$. Bestimmen Sie dabei zunächst eine Klauselmenge für $A \rightarrow B$. Was sagt das über die Beziehung von Resolution und Modus Ponens?
3. Zeigen Sie: A widerspruchsvoll, so auch $A[p/1]$ und $A[p/0]$ widerspruchsvoll.
4. Ergänzen Sie alle fehlenden Schritte im Beweis von Satz 2.28.3, der Widerspruchsvollständigkeit des Resolutionskalküls. Rechtfertigen Sie insbesondere das verwendete Induktionsschema, warum es alle widerspruchsvollen Formeln erfasst.

29. Aufgabe: [Interpretationen, 6P]

1. Definieren Sie eine Interpretation $I = (\mathbb{Q}, I_c, I_v)$, so dass man mit den prädikatenlogischen Formeln über rationale Zahlen reden kann. Welche Schwierigkeiten treten auf? Achten Sie darauf, dass Aufgabe 30 zu Ihrer Definition passt.
2. Definieren Sie eine Interpretation $I = (\mathbb{R}, I_c, I_v)$, so dass man mit den prädikatenlogischen Formeln über reelle Zahlen reden kann. Welche Schwierigkeiten treten auf?

30. Aufgabe: [Auswertung, $6 + 8$ P]

1. Werten Sie mit der Interpretation aus Aufgabe 29.1 folgende Terme aus:
 - a) 42,
 - b) $((7 - 3)/2) + 19$ und
 - c) $f(\frac{1}{2} * \frac{1}{2})$.

Dabei sind 42, 7, 3, 2, 19 und $\frac{1}{2}$ Individuenkonstanten und $-$, $+$, $*$ / und f Funktionskonstanten.

2. Gelten folgende Formeln in der Interpretation aus Aufgabe 29.1?

a) $(7 + 9)/3 = 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}$,

b) $\forall x \exists y x < y$,

c) $\exists x \exists y \exists z x * x + y * y = z * z$,

d) $\forall Q \exists x \forall y (Q(y) \rightarrow y < x)$,

e) $\forall x \exists y x * y = 1$ und

f) $\forall x \forall y \exists z (x < z \wedge z < y)$.

Weitere Individuenkonstanten sind 9, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, 1 und $<$ ist eine zweistellige Prädikatskonstante.

Abgabe: bis Mittwoch, 2007-06-20 10:00 Uhr, im Kasten neben Raum 34/401.4