Grundlagen der Programmierung

SS 99
Prof. Dr. K. Madlener
Übungsblatt 7

Aufgabe 7.1.

a) Sei $h \in \mathcal{R}_p^{(2)}(\mathbb{N})$. Zeigen Sie, dass es dann eine primitiv rekursive Funktion $f \in \mathcal{P}^{(2)}(\mathbb{N})$ gibt mit

$$\varphi^{(1)}_{f(p,q)}(x) = h(\varphi^{(1)}_p(x), \varphi^{(1)}_q(x))$$

für alle $p, q, x \in \mathbb{N}$.

b) Zeigen Sie, dass es ein $m \in \mathbb{N}$ gibt mit $\varphi^{(1)}_m(x) = \varphi^{(1)}_x(m)$ für alle $x \in \mathbb{N}$.

c) Zeigen Sie, dass es ein $m \in \mathbb{N}$ gibt mit $\varphi^{(2)}_m(x, y) = m^y x^m$ für alle $x, y \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 7.2.

a) Sei $n \in \mathbb{N}$ gegeben und sei weiter $A = \{p \in \mathbb{N} : n \in \mathrm{im}(\varphi^{(1)}_p)\}$. Zeigen oder widerlegen Sie: A ist rekursiv aufzählbar.

b) Ist $A = \{p \in \mathbb{N} : \varphi^{(1)}_p \in \mathcal{R}_p(\mathbb{N}) \setminus \mathcal{R}(\mathbb{N})\}$ rekursiv aufzählbar? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

Aufgabe 7.3. Wir betrachten die Menge $K = \{a \in \mathbb{N} : \varphi_a(a)\downarrow\}$. Zeigen oder widerlegen Sie die Gültigkeit folgender Aussage:

$$K = \{a \in \mathbb{N} : \text{es gibt } b \in K \text{ mit } \varphi_b = \varphi_a\}.$$

Aufgabe 7.4.

a) Sei $A \subseteq \mathbb{N}$ mit $\emptyset \neq A \neq \mathbb{N}$ und sei A entscheidbar. Zeigen oder widerlegen Sie: $A \leq_m \overline{A}$.

b) Sei $A = \{p \in \mathbb{N} : \varphi_p \text{ total}\}$. Zeigen oder widerlegen Sie: $A \leq_m \overline{A}$.

Informationen zur Vorlesung:
http://www-madlener.informatik.uni-kl.de/ag-madlener/lectures/gdp/ss99/gdp.html