Übungen zur Vorlesung Formale Spezifikations- und Verifikationstechniken

Prof. Dr. Klaus Madlener Blatt 8

24. Aufgabe: [Konfluenz und Termination für Regelsysteme über Grundtermen]
Es sei $R = \{(l_k, r_k) | k = 1, \ldots, n)\}$ ein endliches Regelsystem über Grundtermen. Zeigen Sie:

1. Gibt es eine unendliche Kette, so gibt es eine Regel $(l, r) \in R$, so dass von r eine unendliche Kette ausgeht.
2. Gibt es eine unendliche Kette, so gibt es ein j mit $1 \leq j \leq n$ und einen Grundterm t, so dass $l_j \stackrel{+}{\Rightarrow} t$ und l_j ist Teilterm von t.
3. Es ist entscheidbar, ob R die Kettenbedingung erfüllt.
4. Entwickeln Sie Bedingungen, die lokale Konfluenz garantieren.

25. Aufgabe: [Knuth-Bendix-Ordnung]
Sei $\varphi : F \cup V \to \mathbb{N}$ eine Gewichtsfunktion mit

$$\begin{array}{lrr} \varphi(x) = \alpha > 0 & \text{für alle } x \in V & (1) \\ \varphi(f) \geq \alpha & \text{falls } f \text{ 0-stellig} & (2) \\ \varphi(f) > 0 & \text{falls } f \text{ 1-stellig} & (3) \\ \varphi(f) \geq 0 & \text{sonst} & (4) \end{array}$$

Erweitere φ zu $\varphi : \text{Term}(F, V) \to \mathbb{N}$ durch

$$\varphi(f(t_1, \ldots, t_n)) = \varphi(f) + \sum_{i=1,\ldots,n} \varphi(t_i)$$

Setze $s > t$ gdw. $\varphi(s) > \varphi(t)$ und $|s|_x \geq |t|_x$ für alle $x \in V$. Dann heißt $>$ Knuth-Bendix-Ordnung. Zeigen Sie, dass für jede Knuth-Bendix-Ordnung $>$ gilt:

1. $>$ ist strikter Anteil einer wohlfundierten Partialordnung
2. $>$ ist verträglich mit der Substitution
3. $>$ ist verträglich mit der Termersetzung

26. Aufgabe:
Seien

$$R_1 = \{F(0,1,x) \to F(x,x,x)\}$$
$$R_2 = \{G(x,y) \to x, G(x,y) \to y\}.$$

1. Zeigen Sie: R_1 und R_2 sind terminierend.
2. Beweisen oder widerlegen Sie: Das Regelsystem $R_1 \cup R_2$ ist terminierend.

27. Aufgabe:
Betrachten Sie den *mu*-Kalkül, bestehend aus den folgenden Regeln für beliebige $X, Y \in \{m, i, u\}^*$:

$$\{\frac{Xi}{Xiu}, \frac{mY}{mYY}, \frac{XiiiY}{XuY}, \frac{XuuY}{XY}\}$$

1. Ist das zugrundeliegende Reduktionssystem terminierend?
2. Gelten $mi \to mu$, bzw. $mu \to mi$?

Abgabe: bis 19.01.2006, per EMail an Bernd Strieder