

Übungen zur Vorlesung Logik
Blatt 6

Prof. Dr. Klaus Madlener

Abgabe bis 10. Juni 2009 10:00 Uhr

28. Aufgabe: [Negationsnormalform, 4P]

Bringen Sie die folgenden Formeln in Negationsnormalform:

1. $A_1 \equiv p \wedge ((\neg q \rightarrow r) \leftrightarrow (\neg r \vee p))$
2. $A_2 \equiv (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$
3. $A_3 \equiv (\neg p_1 \wedge \neg p_2) \vee (p_1 \wedge \neg p_2) \vee (p_2 \wedge \neg p_3) \vee (p_1 \rightarrow p_3)$
4. $A_4 \equiv \neg(p_1 \rightarrow (\neg p_2 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_5)) \wedge (p_2 \rightarrow (p_4 \rightarrow p_3)) \wedge \neg((p_2 \wedge p_4) \vee (\neg p_2 \wedge p_5))$

29. Aufgabe: [Duale Formeln, 5P]

Es sei $A \in F(\{\neg, \vee, \wedge\})$ und $d(A)$ die duale Formel von A . Ferner sei φ eine Bewertung und φ' die durch $\varphi'(p) := 1 - \varphi(p)$ für alle $p \in V$ definierte Bewertung. Zeigen Sie $\varphi'(d(A)) = 1 - \varphi(A)$.

30. Aufgabe: [Größe von Normalformen, 4 P]

Folgendes sollte aus anderen Veranstaltungen bekannt sein: Seien $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. Dann ist $O(f) := \{g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \mid \exists \epsilon \in \mathbb{R}_+, \exists n_0 \forall n > n_0 : g(n) \leq \epsilon f(n)\}$

Sei für eine Formel $A \in F$ die Länge $|A|$ definiert als die Anzahl der Vorkommen von Atomen, d.h. Variablen.

Zeigen Sie: Zu jeder Formel $A \in F$ gibt es eine logisch äquivalente Formel $B \in F(\{\neg, \vee, \wedge\})$ in NNF mit $|B| \in O(|A|)$.

31. Aufgabe: [Davis-Putnam, 4P]

Testen Sie die Formeln aus Aufgabe 28 mit dem Davis-Putnam-Verfahren auf Erfüllbarkeit.

32. Aufgabe: [Davis-Putnam, 4P]

Zeigen Sie mit dem Davis-Putnam-Verfahren:

1. $p \wedge q, q \rightarrow r \models r$
2. $p \rightarrow r, q \rightarrow s, p \vee q \models r \vee s$
3. $\neg q, p \rightarrow q \models \neg p$
4. $\models \neg(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

Abgabe: bis 10. Juni 2009 10:00 Uhr im Kasten neben Raum 34/401.4