

Übungen zur Vorlesung Logik
Blatt 5

Prof. Dr. Klaus Madlener

Abgabe bis 27. Mai 2009 10:00 Uhr

22. Aufgabe: [Tableaux, Übung]

In Aufgabe 2 wurde ein Diätplan durch die Aussageform

$$A \equiv (\neg B \rightarrow F) \wedge (((B \wedge F) \rightarrow \neg E) \wedge ((E \vee \neg B) \rightarrow \neg F))$$

dargestellt. Konstruieren Sie für A ein vollständiges Tableau. Welche Eigenschaften von A kann man dem Tableau ansehen? Stellen Sie mit Hilfe des Tableaux eine Disjunktive Normalform für A auf.

23. Aufgabe: [Tableauxfolgerung, Übung]

Zeigen Sie

1. $(A \wedge \neg B) \vdash_{\tau} \neg((\neg A) \wedge (\neg B))$
2. $(A \wedge (A \rightarrow B)) \vdash_{\tau} B$
3. $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash_{\tau} (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$

24. Aufgabe: [Tableauxfolgerung, 5P]

Zeigen Sie

1. $\{p, p \vee q, p \rightarrow s, r \rightarrow q\} \vdash_{\tau} q \rightarrow p$
2. $\{p, p \vee q, p \rightarrow s, r \rightarrow q\} \vdash_{\tau} s$
3. $\vdash_{\tau} (\neg(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p))$
4. $F \vdash_{\tau} q \rightarrow p \wedge (\neg(s \wedge \neg(s \vee ((q \wedge r) \rightarrow p))))$
5. $\neg((A \rightarrow (A \vee C)) \wedge D) \vdash_{\tau} (C \rightarrow B) \vee \neg D$

25. Aufgabe: [DNF aus Tableaux, 2P]

Finden Sie mit Hilfe der Tableauxmethode disjunktive Normalformen für die folgenden Formeln:

1. $(p \rightarrow \neg(\neg q \rightarrow r)) \rightarrow (q \vee r)$
2. $(q \rightarrow p) \rightarrow \neg(r \rightarrow q)$

26. Aufgabe: [Tableaux mit Äquivalenz, 5P]

1. In der Vorlesung wurden die α - und β -Formeln nur für $\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow\}$ definiert und \leftrightarrow weggelassen. Ist $A \equiv B \leftrightarrow C$ eine α - oder β -Formel und welche Komponenten hat diese Aussageform?

2. Wie würde man bei beliebigen anderen weiteren Operatoren verfahren?

27. Aufgabe: [Möglichkeiten und Grenzen der Tableauxmethode, 5P]

Können die folgenden Aussagen mit der Tableauxmethode bewiesen werden? Begründen Sie Ihre Antworten.

1. $\{p, q, r, s\} \models t$
2. $\{p, q, r, s\} \not\models \neg(q \rightarrow s)$
3. $F \models \neg(p \rightarrow (q \leftrightarrow r) \wedge \neg r) \rightarrow (s \vee \neg p)$
4. $\Sigma := \{p_i \wedge \neg p_{i+1} \mid i \in \mathbb{N}\}$ ist unerfüllbar
5. $\Sigma := \{p_i \wedge \neg p_{i+1} \mid i \in \mathbb{N}\}$ ist erfüllbar

Geben Sie so allgemeine Antworten wie möglich. D.h. wenn Sie z.B. erklären können, dass es einen Tableaux-Beweis gibt, ohne diesen anzugeben, dann geben Sie ihn auch nicht an.

Abgabe: bis 27. Mai 2009 10:00 Uhr im Kasten neben Raum 34/401.4