

---

Übungen zur Vorlesung Logik  
Blatt 4

Prof. Dr. Klaus Madlener

Abgabe bis 20. Mai 2009 10:00 Uhr

---

**18. Aufgabe:** [Deduktive Systeme, Übung]Das deduktive System  $\hat{\mathcal{F}}$  entstehe aus  $\mathcal{F}_0$  durch Ändern des ersten Axiomenschemas in

$$A \rightarrow (A \rightarrow B).$$

1. Ist  $\hat{\mathcal{F}}$  vollständig?
2. Ist  $\hat{\mathcal{F}}$  korrekt?

**19. Aufgabe:** [Korrekte Regeln, 4P]

Ein Regelschema  $R_0 : \frac{A_1, \dots, A_n}{A}$  ist *korrekt* für die Aussagenlogik, wenn jede Instanz der Voraussetzungen mit Tautologien  $A_1, \dots, A_n$  zu einer Tautologie  $A(A_1, \dots, A_n)$  als Ableitung führt.

1. Zeigen Sie: Ist  $\mathcal{F} = (Ax, R)$  ein deduktives System mit korrekten Axiomen (d.h. Tautologien als Axiome) und korrekten Regeln, so ist  $\mathcal{F}$  korrekt.
2. Geben Sie eine korrekte Regel  $\frac{A_1, \dots, A_n}{A}$  mit  $A_1, \dots, A_n \not\models A$  an.

**20. Aufgabe:** [Korrektheit des Gentzen-Sequenzenkalküls, 4P]

Zeigen Sie, dass der Sequenzenkalkül korrekt ist, d.h.

$$\text{aus } \Gamma \vdash_G \Delta \text{ folgt } \Gamma \models \Delta.$$

**21. Aufgabe:** [Beweise in deduktiven Systemen, 4P]

Zeigen Sie jeweils unter Verwendung zweier verschiedener Kalküle:

1.  $(\neg(p \rightarrow q)) \vdash (q \rightarrow p)$
2.  $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee r)$  ist eine Tautologie.

**Abgabe: bis 20. Mai 2009 10:00 Uhr im Kasten neben Raum 34/401.4**