

---

 Übungen zur Vorlesung Logik

Prof. Dr. Klaus Madlener

Blatt 13

Dieses Blatt wird für die als Bonus gewertet, die bis Blatt 12 noch nicht genügend Punkte für die Zulassung bekommen konnten.

**51. Aufgabe:** [MGU, 7P]

Bestimmen Sie falls möglich unter Kenntlichmachung der Schritte MGUs für:

1.  $\{p(x, z, g(x, y, f(z))), p(y, f(x), w)\}$
2.  $\{p(x, f(x, y, z)), f(f(y)), p(a, f(g(z), x, a), g(w))\}$

**52. Aufgabe:** [Resolution, 15+3+2+2]

Sei folgende Klauselmengemenge  $K$  gegeben:

$$\begin{aligned} & \{\{S(a)\}, \{\neg L(y), A(a, y)\}, \{\neg S(w), \neg L(u), \neg B(u), \neg A(w, u)\}, \\ & \{\neg L(v), \neg G(v, s), \neg S(z), A(z, v)\}, \{L(b)\}, \{G(b, s)\}, \{B(b)\} \end{aligned}$$

Dabei seien alle Symbole aus Großbuchstaben Prädikatskonstanten,  $a, b, s$  0-stellige Funktionskonstanten,  $u, v, w, y, z$  Individuenvariablen.

1. Leiten Sie mit Hilfe des Resolutionskalküls aus  $K$  die leere Klausel ab. Geben Sie in jedem Schritt den verwendeten MGU an. Markieren Sie am Ende nicht benötigte Zwischenschritte.
2. Schreiben Sie die geschlossene Formel auf, die zu  $K$  korrespondiert, und welche Eigenschaft dieser Formel im vorigen Aufgabenteil bewiesen wurde, und mit welcher Begründung.
3. Beschreiben Sie das zu  $K$  korrespondierende Herbrand-Universum. Geben Sie es vollständig an, falls es endlich ist.
4. Geben Sie die endliche Anzahl der verschiedenen Herbrand-Interpretationen zur Klauselmengemenge  $K$  an, oder begründen Sie warum es unendlich viele gibt.

**53. Aufgabe:** [Herbrand-Modell, 10P]

Es sei  $A$  eine Formel in Klauselform ohne  $=$  und  $\mathcal{B} = (B, I_c)$  sei ein Modell von  $A$ . Ferner sei  $D$  eine nicht-leere Menge von Grundtermen (variablen-freien Termen), so dass für  $n$ -stellige Funktionskonstanten  $f$ , die in  $A$  vorkommen, und Terme  $t_1, \dots, t_n \in D$ , immer auch  $f(t_1, \dots, t_n) \in D$  gilt.

Schließlich sei  $J_c$  definiert durch  $J_c(f)(t_1, \dots, t_n) = f(t_1, \dots, t_n)$  und  $J_c(p)(t_1, \dots, t_n) = \mathcal{B}(p(t_1, \dots, t_n))$  für alle  $n$ -stellige Funktionskonstanten  $f$ ,  $n$ -stellige Prädikatskonstanten  $p$  und Termen  $t_1, \dots, t_n \in D$ .

Gilt  $\mathcal{B} \models A$ , so auch  $(D, J_c) \models A$ .

**Abgabe: bis 2007-07-31, 9:00 Uhr im Kasten neben Raum 34/401.4**